

АБДИМАНАПОВА ПЕРИЗАТ БАХЫТОВНА
Семейство краевых задач для систем интегро-дифференциальных
уравнений и его применение

АННОТАЦИЯ

диссертации на соискание степени доктора философии (PhD)
по специальности «8D05401-Математика»

Актуальность исследования. Математическое моделирование многих реальных процессов приводит к исследованию нелокальных краевых задач для дифференциальных уравнений. Помимо теоретического значения результатов теории нелинейных нелокальных краевых задач для системы гиперболических уравнений, они находят практическое применение при исследовании моделей газовой динамики, магнитной гидродинамики, математической биологии и других областей.

Исследование и решение семейства нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений имеет самостоятельное значение, а их применение к выявлению свойств решений нелинейных нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений и разработки конструктивных методов их решения подчеркивает актуальность темы диссертации.

Цель диссертационной работы. Разработка методов исследования и решения семейства нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений, их применение для определения свойств решений нелинейных нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений и построения конструктивных методов решения.

Задачи исследовательской работы:

- Предложить модифицированные алгоритмы метода параметризации для нахождения решения линейных двухточечных краевых задач для системы линейных дифференциальных уравнений, линейных двухточечных краевых задач для системы интегрально-дифференциальных уравнений, получить условия их сходимости. Доказать, что эти условия также являются условиями разрешимости указанных задач.
- Установить и доказать необходимые и достаточные условия корректной разрешимости семейства линейных двухточечных краевых задач для системы линейных дифференциальных уравнений.
- Определить условия непрерывной зависимости «изолированного» решения нелинейных краевых задач для системы интегро-дифференциальных уравнений от малых возмущений исходных данных задачи.
- Показать применение семейства нелинейных краевых задач для системы интегро-дифференциальных уравнений к исследованию нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса гиперболических уравнений со смешанными производными, а именно: показать метод создания алгоритмов нахождения решения, определить достаточные условия существования решения как следствие условий разрешимости семейства нелинейных краевых задач для системы интегро-дифференциальных уравнений.

– На основе идей метода параметризации нахождения решения семейства нелинейных двухточечных краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений предложить модифицированные алгоритмы и метод нахождения численного решения данной задачи. На основе этих алгоритмов разработать алгоритм нахождения решения нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса линейных гиперболических уравнений.

– Показать реализацию алгоритмов нахождения решения в тестовых задачах методов приближенного решения нелинейной нелокальной краевой задачи для системы линейных дифференциальных уравнений и для одного класса нелинейных гиперболических уравнений.

Объектом исследования является семейство нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений и его применение к семейству нелинейных нелокальных краевых задач для гиперболических уравнений.

Методы исследования. Для исследования и решения задач диссертационной работы были использованы метод параметризации Джумабаева, итерационные методы для неограниченных операторных уравнений и методы теории дифференциальных уравнений.

Научная новизна.

В диссертационной работе рассмотрена задача по теме «Семейство краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений и его применение», проведено исследование на основе метода параметризации Джумабаева, получены и представлены к защите новые результаты:

- метод параметризации с модифицированными алгоритмами исследования и решения семейств нелинейных краевых задач для систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений;

- исследование и решение нелинейной нелокальной краевой задачи для гиперболических уравнений со смешанными производными путем исследования и решения семейств нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений;

- алгоритмы нахождения решения рассматриваемых задач и достаточные условия их сходимости;

- достаточные условия существования решения семейства нелинейных краевых задач для системы дифференциальных уравнений, семейства нелинейных краевых задач для системы интегро-дифференциальных уравнений, нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса гиперболических уравнений со смешанными производными.

Теоретическая и практическая значимость результатов.

Результаты, полученные в работе, имеют теоретическое и практическое значение. Полученные результаты вносят свой вклад в развитие теории интегро-дифференциальных уравнений. Практическая значимость исследования семейства нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений заключается в том, что ее результаты могут служить основой для качественного и количественного анализа моделируемых процессов,

описываемых семейством нелинейных нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений в частных производных.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 9 работ, в том числе 2 публикации в рейтинговых научных журналах, индексируемых в базе Scopus, 2 публикации в научных изданиях, входящих в перечень изданий, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования МНВО РК для публикации основных научных результатов научной деятельности, 5 публикаций в материалах международных конференций, в том числе 1 публикация в материалах зарубежных конференций.

– 2 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере науки и высшего образования МНВО РК:

1. Темешева С.М., **Абдимананова П.Б.**, Борисов Д.И. Об одном методе решения семейства нелинейных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник КазНПУ имени Абая, «Физико-математические науки»–2021, –№1(73), –Р.70-76.

2. **Абдимананова П.Б.**, Темешева С.М., Жумагазыкызы А. О применении семейства краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений // КазНПУ им.Абая, Серия «Физико-математические науки», –2022, –№3(79), –Р.7-13.

- 2 статьи в научных журналах, включенных во второй и в третий квартили (Q2, Q3) по данным Clarivate Analytics Journal Citation Reports и/или имеющих процентные показатели CiteScore соответственно 56, 35 в базе данных Scopus:

1. Temesheva S.M., **Abdimanapova P.B.** On a Solution of a Nonlinear Nonlocal Boundary Value Problem for one Class of Hyperbolic Equation // Lobachevskii journal of mathematics–Kazan Federal University. –2023, –Vol.44(7), – P.2529–2542. (WoS, IF(2022)=0.7, JCI(2022) – Q2; Scopus, 56%)

2. **Abdimanapova P.B.**, Temesheva S.M. Well-posedness criteria for one family of boundary value problems // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series. –2023. –№ 4(112). –P. 5–20. (WoS, IF(2022)=0.6, JCI(2022) - Q3; Scopus, 35%)

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на международных и зарубежных научных конференциях и семинарах:

1. Темешева С.М., **Абдимананова П.Б.** О выборе начального приближения нелинейной нелокальной краевой задачи для гиперболического уравнения // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан. Алматы. 2022. Тезисы докладов. 5-7 апрель 2022г., стр.107-108.

2. **Абдимананова П.Б.**, Темешева С.М. Начальное приближение решения нелинейной нелокальной краевой задачи для одного класса систем гиперболических уравнений // IX международная научная конференция «Дифференциальные уравнения, задачи анализа и алгебры», Актобе, 24-28 мая 2022г., стр. 101 –103 б.

3. Темешева С.М., **Абдимананова П.Б.**, Жумагазыкызы А. О применении семейства краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений //

Материалы Международной научной конференции, посвященной 80-летию профессора Т.Г. Мустафина, Караганда, 8–9 сентября, 2022 г., стр. 146-147.

4. Temesheva S.M., **Abdimanapova P.B.**, Iskakova N.B. On the solvability of the nonlinear nonlocal boundary value problem for a system of hyperbolic equations // The international Conference: «Dynamical Systems, Modeling, and Mathematical Sciences», Dubai, September 23-25, 2022, P. 58.

5. **Абдиманопова П.Б.** О критериях разрешимости нелокальной задачи для гиперболического уравнения // Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан. Алматы. 2022. Тезисы докладов. 5-7 апрель 2023г., стр. 60.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. Традиционная международная научная апрельская конференция. Институт математики и математического моделирования. Алматы, (5-8 апреля 2022г.);

2. IX международная научная конференция «Дифференциальные уравнения, задачи анализа и алгебры». Актюбинский региональный университет имени К. Жубанова, г.Актобе (24-28 мая 2022г.)

3. Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики, механики и информатики», посвященная 80-летию профессора Т.Г. Мустафина. Карагандинский университет имени академика Е.А. Бокетова, г. Караганда (8-9 сентября 2022 г.)

4. The international Conference: «Dynamical Systems, Modeling, and Mathematical Sciences», Dubai, September 23-25, 2022, pp. 58.

5. Традиционная международная научная апрельская конференция. Институт математики и математического моделирования. Алматы, (5-7 апреля 2023г.);

6. Научный семинар кафедры Дифференциальных уравнений Казахского национального университета имени аль-Фараби. Алматы, (май, декабрь 2021г., май, декабрь 2022г., май 2023г.);

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех разделов (каждый раздел включает по 3 подраздела), заключения и списка использованной литературы.

Введение включает в себя общее описание работы, актуальность темы исследования, основные цели и задачи исследования, объект и метод исследования, научную новизну и основные результаты, представленные на защиту, теорическую и практическую значимость исследования, сведения об апробации работы, публикациях, объеме и структуре диссертации, а также краткое содержание работы.

В первом разделе рассмотрены линейные двухточечные краевые задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Предложены алгоритмы нахождения приближенных решений исследуемой задачи на основе метода параметризации Д.С. Джумабаева и получены достаточные условия их выполнения и сходимости. Определены достаточные условия существования решения семейства линейных двухточечных краевых задач для системы

обыкновенных дифференциальных уравнений, а также установлены необходимые и достаточные условия корректной разрешимости.

Во втором разделе рассматривается краевая задача для семейства линейных дифференциальных уравнений, подчиняющихся семейству нелинейных двухточечных краевых условий, то есть исследуются семейства нелинейных двухточечных краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений. Определены условия существования изолированного решения рассматриваемой задачи. Предложен алгоритм численного метода нахождения решения семейства нелинейных краевых задач. Рассмотрены примеры применения предлагаемого метода нахождения численного решения поставленной задачи: в первом примере матрица дифференциального уравнения зависит только от параметра семейства, дается явное представление фундаментальной матрицы; во втором примере матрица дифференциального уравнения переменная, то есть значения фундаментальной матрицы определяются при каждом значении независимой переменной; в третьем примере приводится задача, решение которой неизвестно. Эти примеры демонстрируют, что метод параметризации дает хорошие результаты при выполнении определенных условий. Исследование и решение нелинейных нелокальных краевых задач для гиперболических уравнений со смешанными производными предлагается исследовать и решать путем сведения их к семейству нелинейных краевых задач для дифференциальных уравнений.

В третьем разделе рассматривается нелинейная краевая задача для семейства интегро-дифференциальных уравнений и ее применение. Предложен алгоритм нахождения решения задачи. Получены условия выполнения и сходимости предложенных алгоритмов, то есть определены достаточные условия существования изолированного решения в некотором множестве семейства нелинейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений. Введено понятие «изолированного» решения. Установлена непрерывная зависимость «изолированного» решения от малых возмущений исходных данных задачи и обоснован вывод. Рассмотрена нелинейная нелокальная краевая задача для системы гиперболических уравнений. Исследование и решение нелинейной нелокальной краевой задачи для гиперболических уравнений со смешанными производными осуществляется путем исследования и решения семейств нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений. Приведен пример, определяющий результаты исследований методом численного решения с целью демонстрации применения нелинейных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений.

В заключительном разделе представлены выводы и основные результаты исследования, полученные в ходе выполнения диссертационной работы.